

## ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA EL TALLER DE GEOGEBRA: GEOGEBRA, PUNTO DE PARTIDA...

Las construcciones que aparecen en este documento, los enunciados y el documento con el desarrollo de las soluciones están disponibles en:  
<http://ggbtu.be/bt0Et2tkC>

### Actividad 1:

Los puntos de coordenadas  $P=(3,8)$ ,  $Q=(-11,3)$  y  $R=(-8,2)$  son vértices de un triángulo. Comprueba que el triángulo es isósceles y calcula su área.

### Actividad 2:

Realiza los siguientes pasos:

- Construye un cuadrilátero ABCD.
- Amplíalo a 2,5 veces su tamaño
- Nombra los nuevos vértices  $A'B'C'D'$  y el centro de la homotecia O.
- Traza las rectas que pasan por el origen de la homotecia y cada uno de los vértices del cuadrilátero original.
- Modifica las rectas para que sean de color verde y punteadas.
- Mueve el cuadrilátero original, cámbialo de forma. ¿Puedes mover el resultado de la homotecia?

Puedes completar esta actividad mostrando las longitudes de los lados de cada cuadrilátero, las áreas y comprobando que la razón entre cada lado es 2.5 y entre las áreas  $2.5^2$ .

### Actividad 3:

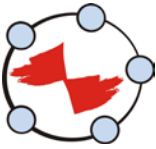
Dada una circunferencia, c, y un punto exterior a ella, A, traza una circunferencia que tenga por centro el punto A y sea tangente a c.

### Actividad 4:

Construye la mediatriz de un segmento. Dibuja un punto cualquiera de la mediatriz y halla su distancia a los extremos del segmento. Mueve el punto sobre la mediatriz y comprueba que la distancia es siempre la misma.

### Actividad 5:

Construye con regla y compás un pentágono regular.



### Actividad 6:

A partir de un polígono cualquiera construye un nuevo polígono de un lado menos y cuya área sea igual a la del polígono inicial.

### Actividad 7:

Halla la posición relativa (y los posibles puntos de corte) de la circunferencia  $x^2 + y^2 - 6x - 4y = 0$  y la recta  $3x - 4y - 1 = 0$  o lo que es lo mismo, resuelve gráficamente el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x - 4y = 0 \\ 3x - 4y - 1 = 0 \end{cases}$$

### Actividad 8:

Vamos a realizar esta sencilla actividad, pero vamos a combinar las dos vistas gráficas de las que dispone GeoGebra y el uso de deslizadores. El ejercicio consiste en:

Halla la ecuación de la circunferencia, en los siguientes casos:

- Pasa por el punto  $(3, 2)$  y tiene su centro en el origen de coordenadas.
- Su diámetro es el segmento de extremos  $(2, 3)$  y  $(-2, -3)$ .
- Pasa por los puntos  $P(0, -3)$ ,  $Q(5, 3)$  y  $R(-3, 5)$ .

En la vista gráfica 2 crea un deslizador que sólo tome tres valores y para cada valor muestre uno de los apartados de este ejercicio.

### Actividad 9: Secuencias

Divide un rectángulo de ancho 10 cm y de alto 1 cm en  $n$  partes iguales, donde  $n$  lo va a marcar un deslizador.

### Actividad 10: Estadística descriptiva

Analizamos las notas de los alumnos de un centro en la evaluación final obteniendo los siguientes resultados:

NOTA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
NÚMERO	10	15	16	20	42	38	25	20	14	12

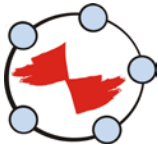
Realiza un estudio estadístico completo incluido un diagrama de barras.

### Actividad 11: Estadística bidimensional

En la siguiente tabla se recoge la distribución de la cilindrada de un motor y la velocidad máxima que puede generar:

Cilindrada ( $cm^3$ )	1000	1200	1400	1600	1600	1800	2000	2000	2200
Velocidad (km/h)	125	130	140	145	150	170	190	195	200

Dibuja la nube de puntos y estudia la correlación que existe entre ambas variables. Si compramos un coche con una cilindrada de  $2300 cm^3$ . ¿Qué velocidad se espera que adquiera?



### Actividad 12: Intervalos de confianza.

En un hospital se ha tomado la temperatura a una muestra de 64 pacientes para estimar la temperatura media de sus enfermos. La media de la muestra ha sido  $37,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  y se sabe que la desviación típica de toda la población es  $1,04\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Obtén un intervalo de confianza, al 90 %, para la media poblacional.

### Actividad 13: Cálculo de probabilidades.

Sea  $X$  una variable estadística que sigue una distribución normal de media  $\mu = 50$  y desviación típica  $\sigma = 2.5$ . Si escogimos un individuo al azar, calcula:

- $P(X \geq 48)$
- $P(47 \leq X \leq 51)$
- $P(X \leq 58)$

### Actividad 14:

Escribe en la barra de entrada  $2x + 3$ .

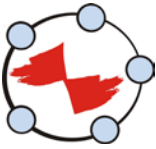
En la misma construcción crea dos deslizadores de nombres  $m$ ,  $n$  con valores de  $-5$  a  $5$ , que ya aparecen por defecto, y modifica el incremento a  $1$ .

Con botón derecho sobre  $f(x) = 2x + 3$  en la ventana algebraica o en su representación en la ventana gráfica entra en propiedades y cambia su definición, escribe  $mx + n$ , dejando un espacio entre  $m$  y  $x$ .

### Actividad 15:

Estudio de la función cuadrática:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

- Crea tres deslizadores  $a$ ,  $b$ ,  $c$  con valores entre  $-10$  y  $10$  con incremento  $1$ .
- En la barra de entrada escribe  $ax^2 + bx + c$ .
- Determina los puntos de corte de la parábola con los ejes. Modifica si es preciso  $a$ ,  $b$  y  $c$ .
- Modifica los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  y observa los cambios en la gráfica.
- Representa el vértice de la parábola.
- Activa el rastro del vértice. Botón derecho sobre el punto  $V$ , "rastros activados".
- Modifica ahora el valor de los coeficientes de forma ordenada y observa el rastro del vértice al variar éstos.
- Utiliza ahora la herramienta "lugar" para comprobar que el lugar geométrico del vértice al variar los parámetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
- Modifica los valores de  $a$  y  $c$  y observa como varía el lugar geométrico.
- ¿Podrías determinar las ecuaciones de los tres lugares obtenidos? Nota: La versión 5 de GoeGebra permite mediante el comando EcuaciónLugar determinar de forma automática la ecuación de lugares geométricos construidos como lugar de un punto al variar otro, pero no calcula la ecuación si el trazado se obtiene al variar un deslizador.



- Determina el punto medio del vértice y el punto de corte de la parábola con el eje y.
- Utiliza ahora la herramienta “inspección de funciones” que nos permite obtener información de forma sencilla de las funciones representadas.

#### Actividad 16:

Haz un estudio similar de la hipérbola  $y = a + \frac{k}{x-b}$

#### Actividad 17: Funciones a trozos o definidas en intervalos.

Representa la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 9 & \text{si } x < 3 \\ -x + 3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

#### Actividad 18: Continuidad de una función.

Determina el valor de a para que  $f(x) = \begin{cases} \cos(x-4) & \text{si } x < 4 \\ 2^{x-2a} & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

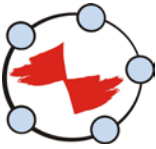
#### Actividad 19:

Determinar a y b para que  $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{si } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ a \operatorname{sen} x + b & \text{si } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 5 \cos x & \text{si } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$  sea continua en  $\square$ .

Estudia la derivabilidad de  $f(x)$ .

#### Actividad 20:

- Introduce en la línea de entrada las siguientes expresiones y pulsa la herramienta *Evalúa*.
  - $1+3/4 \cdot 5/6-2/3(1-1/2)$
  - $\sqrt{2}+3\sqrt{8}-2\sqrt{50}$ . La combinación de teclas ALT+R introduce el signo raíz.
  - $(2-a)^4$ . Para elevar utiliza la tecla ^.
  - $(3+i)^5$ . La unidad imaginaria, i, se obtiene como ALT+i.
- Realiza los cálculos del apartado anterior y pulsa la herramienta valor numérico.
- Factoriza 123456
- Factoriza  $x^5 - x^4 - 7x^3 + 11x^2 - 8x + 12$
- Desarrolla la expresión:  $(x-3)^2(2x-1)(x^2+4)$
- Dada la expresión  $(x-3)^2(2x-1)(x^2+4)$ , calcula el valor en  $x = -2$



- Resuelve la ecuación  $\frac{x-1}{3} + \frac{1}{x} = 2$
- Resuelve el sistema de ecuaciones lineales  $\left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 2 \\ x - y + 4z = 4 \end{array} \right\}$  NOTA. Para introducir un sistema hay que escribir  $\{x+y+z=1, x-2y+z=2, x-y+4z=4\}$
- Resuelve  $x^2 + \cos x = 3$ .
- Calcula la derivada de  $f(x) = \ln(x^2 + 3)$ .
- Calcula la integral indefinida de  $f(x) = \ln(x^2 + 3)$ .

Además de las herramientas hay gran cantidad de comandos para realizar otros cálculos:

- Para calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x}$ . Basta escribir Límite[sen(x)/x,0]. En caso de no existir el límite pueden calcularse los límites laterales mediante los comandos LímiteSuperior y LímiteInferior respectivamente.

### Actividad 21: Crear puntos 3D

En la vista 3D crea el punto  $(1, -1, 3)$ .

### Actividad 22:

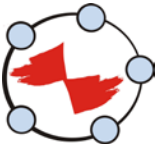
Calcula la distancia del punto  $A(-1, 1, 2)$  al plano  $a: 3x - 2y + z = 8$ .

### Actividad 23: PAU Castilla y León, Junio de 2014 Opción B.

Calcula la recta contenida en el plano  $\pi_1 \equiv x + y + z = 3$  paralela al plano  $\pi_2 \equiv x = 0$  y que pasa por el simétrico de  $B(-1, 1, 1)$  respecto de  $\pi_2$ .

### Actividad 24: Cortes en el cubo.

- Sitúa un punto en el origen de coordenadas o escribe en la barra de entrada  $(0,0,0)$ . De forma análoga sitúa un punto sobre el eje x (rojo) a unas 2 unidades del origen.
- Selecciona la herramienta Cubo, y haz clic en A y en B, o bien escribe en la barra de entrada cubo [A, B].
- Dibuja la recta que contiene a una diagonal del cubo.
- Construye un punto sobre la recta.
- Selecciona la herramienta plano perpendicular y haz clic en la recta y en el punto sobre ella.
- En la barra de entrada utiliza el comando Interseca[ <Objeto>, <Objeto> ] y escribe el nombre del plano y del cubo. Interseca[a,e].
- Con botón derecho sobre el polígono intersección de plano y cubo selecciona "Representación 2D de polígono" y aparece éste en una nueva ventana.
- Estudia los diferentes polígonos que se forman.



### **Actividad 25: Parábola como lugar geométrico.**

Dibuja la parábola como lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y una recta llamada directriz.

### **Actividad 26: Elipse como lugar geométrico.**

Construye la elipse como el lugar de los puntos cuya suma de distancias a dos puntos fijos es constante.

### **Actividad 27: Rastro**

Selecciona la herramienta “circunferencia (centro, radio)”, haz clic en un punto de la pantalla y en el cuadro que se abre da el valor 4 para el radio.

Construye un segmento AB con A y B puntos de la circunferencia y con botón derecho sobre él, activa su rastro.

Entra en propiedades de los puntos A y B (botón derecho) y selecciona “animación activada”. Por defecto la velocidad de animación es 1. Deja A con esa velocidad y da a B velocidad 6.

Desde los botones play y pausa que aparecen en la esquina inferior izquierda puedes animar o detener cuantas veces se desee.

Nuevamente en propiedades del segmento, botón derecho, entra en “Avanzado” y en Color dinámico asigna los valores Rojo: a, Verde:  $a/2$ , Azul:  $a/3$ , Activa el play si es necesario y obtendrás una imagen similar a la representada a la derecha.

### **Actividad 28:**

Construye la cardiode como lugar geométrico, como curva algebraica y como envolvente de circunferencias.